Республиканская политехническая олимпиада школьников.
Республиканский этап.
10 марта 2022 г.
Решения.

Задача № 1. (8 баллов) Выходя из дома, человек заводит часы и запоминает, в каком положении находятся стрелки. Придя к другу и уходя из гостей, он отмечает время своего прихода и ухода. Это позволяет ему узнать, сколько о находился в гостях. Вернувшись домой и взглянув на часы, человек определяет продолжительность своего отсутствия. Вычитая из этого времени то время, которое он провел в гостях, человек узнает время, затраченное на дорогу туда и обратно. Прибавив ко времени выхода из гостей половину времени, затраченного на дорогу, он получает возможность узнать время прихода домой и перевести соответствующим образом стрелки своих часов.

Задача № 2. (15 баллов) Введем обозначения, как показано на рис. 1. Определим силу отдачи F, отклоняющую трубку в направлении, противоположном направлению истечения воды. Объем воды, вытекающей за время Δt, равен

$$\Delta V = Sv\Delta t,$$

где $v -$ скорость воды, S – площадь поперечного сечения потока.

Этот объем воды имеет импульс

$$\Delta P = Sv\Delta t\rho v,$$

где $\rho -$плотность воды. Но известно, что

$$\Delta P = F\Delta t,$$

Следовательно,

$$F = Sv^2\rho.$$

Вес трубки с водой равен

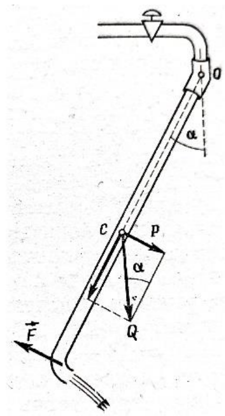

Рис. 1.

$$Q = (M_{\text{тр}} + Sl\rho)g,$$

где $M_{\text{тр}}$ – масса трубки, l – ее длина.

В состоянии равновесия моменты сил F и Q относительно точки O должно быть равны:

$$Fl = P\frac{l}{2},$$

Где $P = Qsin\alpha$.

Подставляя вместо P и Q полученные выражения, находим

$$sin\alpha = \frac{2Sv^2}{(M_{\text{тр}} + Sl\rho)g}.$$

В числовом выражении $sin\alpha = 0{,}2224$ и $\alpha = 12{,}85^{\circ}$.

Задача № 3. (10 баллов) Четыре оборота. Вообще, если отношение числа зубцов большой шестерни к числу зубцов малой равно N, при качении по периметру большой шестерни малая совершает (N+1) оборотов вокруг своей оси.

Задача № 4. (10 баллов) Будем упрощать наше произведение:

$$\left(1-\tfrac{1}{4}\right)\left(1-\tfrac{1}{9}\right)\left(1-\tfrac{1}{16}\right)\dots\left(1-\tfrac{1}{225}\right) = \left[\left(1-\tfrac{1}{2}\right)\left(1+\tfrac{1}{2}\right)\right]\left[\left(1-\tfrac{1}{3}\right)\left(1-\tfrac{1}{3}\right)\right]\left[\left(1-\tfrac{1}{4}\right)\left(1+\tfrac{1}{4}\right)\right]\times\dots$$
$$\dots\times\left[\left(1-\frac{1}{15}\right)\left(1+\frac{1}{15}\right)\right] = \left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\left(\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\right)\dots\left(\frac{14}{15}\times\frac{16}{15}\right) = \frac{1}{2}\times\frac{16}{15} = \frac{8}{15}$$

Задача № 5. (8 баллов) По-видимому, турист выключил свой походный приемник в тот момент, когда услышал первый сигнал проверки времени, одновременно заметив показания часов. Второй раз он засек врямя, услышав тот же сигнал проверки, пришедший от громкоговорителя, установленного на базе. Разность времени Δt, умноженная на скорость звука c, дает расстояние между местом привала и базой:

$$l = c\cdot\Delta t.$$

Можно подсчитать, что при расстоянии порядка 3 км относительная ошибка расчета составит не более 10%, что не так уж плохо.

Легко видеть, что расчет можно выполнить не только во время проверки времени: вместо сигнала точного времени можно выбрать конец какой-либо фразы, передаваемой по радио.

Однако, пользуясь сигналами точного времени (по программе «Маяк» они передаются каждый час), можно приближенно определить расстояние до базы, если оно не очень велико, даже без помощи часов. Действительно, пусть пятый сигнал (напоминаем, что всего их передается шесть с секундными интервалами), который услышат туристы по своему приемнику, совпадет с первым сигналом, дошедшим от установленного на базе громкоговорителя. Это означает, что на прохождение пути от базы до лагеря звуку потребовалось 4 секунды. Умножая это время на скорость звука, находим расстояние до базы по прямой.

Задача № 6. (8 баллов) Определив вначале с помощью весов массу шарика и измерив мензуркой его объем, нетрудно рассчитать среднюю плотность. Получив для нее значение заметно отличающееся от 2,7 г/см^3, можно быть уверенным, что шарик имеет внутри полость.

Опустим шарик в сосуд с водой. Если плотность смещена относительна центра, то шарик будет плавать на поверхности воды (если его средняя плотность окажется меньше плотности воды, что будет в случае полости больших размеров) или погружаться на дно всегда таким образом, чтобы полость находилась в наивысшем положении.

Задача № 7. (15 баллов) При движении левого поршня вниз, а правого вверх увеличивается давление в левой камере насоса и уменьшается в правой. Поэтому нижний левый клапан закрывается, левый боковой– открывается, пропуская воду из левой камеры в центральную. В это же время правый боковой поршень закрывается, не пропуская воду из центральной камеры в правую. Правый нижний поршень в это время открывается, и благодаря уменьшению давления в правой камере вода засасывается из водоема в правую камеру. Затем процесс повторяется.

Разница между насосами заключается в следующем. Правый насос дает напор воды только при движении поршней. Около «мертвой точки» при движении поршней получается, что поршни не давят на воду, давление в воде падает, вода не течет. Таким образом, правый насос работает прерывисто– в момент движения поршней вода течет, около «мертвой точки» хода поршней напор падает. В левом насосе за счет сжатия воздуха в камере А создано повышенное давление, которое обеспечивает напор даже около «мертвой точки» хода поршней. В результате левый насос обеспечивает непрерывное откачивание воды, правый работает прерывисто.

Задача № 8. (8 баллов) Соедините между собой две произвольно взятые жилы на первом этаже и найдите эту пару наверху (для этого достаточно собрать электрическую цепь из батарейки, куска проволоки, лампочки и закороченных жил). Потом поступите так со следующей парой и так далее, пока не окажутся разбитыми на пары все жилы в кабеле.

В случае четного количества жил следует затем соединить два провода из разных пар на верхнем этаже, а внизу определить (также с помощи батарейки и лампочки), какие жилы закорочены. Дальнейшие действия очевидны.

Если число жил в кабеле нечетное, то номер жилы, оставшейся без пары, определится «автоматически», а номера остальных находятся так, как описано выше для случая четного числа.

Задача № 9. (10 баллов) В момент выключения пилотом двигателя вертолет находился на высоте $h = at_1^2/2$. Учитывая, что звук на земле перестал быть слышен спустя время t_2, получим уравнение

$$t_2 = t_1 + \frac{at_1^2}{2c},$$

где справа мы учли время подъема вертолета на высоту h и время, которое шел звук с высоты h до земли. Решая полученное квадратное уравнение, найдем величину

$$t_1 = \sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2 + 2\frac{c}{a}t_2} - \frac{c}{a}.$$

Мы отбросили второй корень уравнения, поскольку он не имеет физического смысла.

Скорость вертолета v в момент прекращения работы двигателя с учетом числовых данных задачи найдем из соотношения

$$v = at_1 = a\left[\sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2 + 2\frac{c}{a}t_2} - \frac{c}{a}\right] = \sqrt{c^2 + 2act_2} - c = 80 \text{ м/с}.$$

Задача № 10. (8 баллов)