

ГАУ ДО РС(Я) "Малая академия наук РС(Я)"

**Турнир по экспериментальной физике**  
Задачи, решения и критерии оценивания

с. Чапаево, 5-7 ноября 2018 г.

## «Задача Бюффона» (условие)

В этой работе вам предстоит решить задачу Жоржа Бюффона, предложенную им в 1777 году.

### Часть 1. Экспериментальная часть

**1.1** Прочертите на выданном вам листе А4 параллельные линии так, чтобы расстояние между линиями было равно длине зубчистки.

**1.2** Бросайте зубчистку на этот лист минимум 200 раз и сделайте статистику пересечения зубчистки с линиями: т.е. пересекает линию или нет.

**1.3** Вычислите с помощью этих данных экспериментальную вероятность  $p_{\text{эксп}}$  пересечения зубчистки с линиями.

### Часть 2. Теоретическая часть

**2.1** В этом пункте вам надо вывести формулу для вычисления теоретической вероятности  $p_{\text{теор}}$  пересечения зубчистки и линий на листке.

*Подсказка 1:* Пусть функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$  и не меняет знак на нем. Тогда площадь  $S$  заштрихованной фигуры (см. рис. 1) можно найти следующим образом:

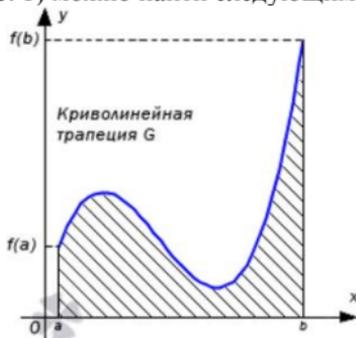


Рис. 1.

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

Подсказка 2:  $\int_{\alpha}^{\beta} \sin \theta d\theta = -(\cos \beta - \cos \alpha)$

**2.2** Найти число  $\pi$  с помощью формулы, полученной в пункте 2.1, подставив вместо теоретической вероятности  $p_{\text{теор}}$

экспериментальную  $p_{\text{эксп}}$ .

Указание: часть 2 будет оцениваться только в том случае, если вы правильно вывели формулу для  $p_{\text{теор}}$ .

### «Задача Бюффона» (вариант решения)

**Часть 1.** После бросания зубочистки на прочерченный лист бумаги множество раз (желательно более 250 раз), мы получаем, что экспериментальная вероятность  $p_{\text{эксп}}$  лежит в интервале  $[0.54 ; 0.74]$ .

#### Часть 2.

**2.1** Можно вывести формулу для теоретической вероятности  $p_{\text{теор}}$  из следующих соображений. Для простоты возьмем, что длина зубочистки равна 1.

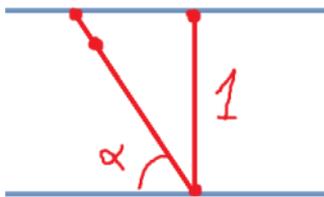


Рис. 2.

$$p(\alpha) = \frac{1}{\sin \alpha} = \sin \alpha$$

Построим график зависимости  $p(\alpha)$  от  $\alpha$ .

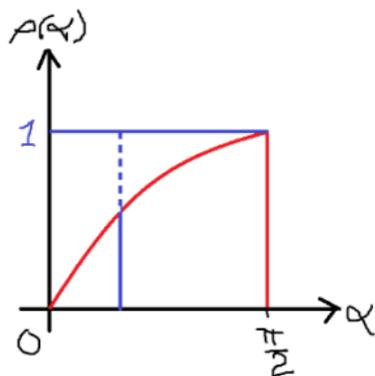


Рис. 3.

$$p_{\text{теор}} = \frac{\int_0^{\pi/2} \sin \alpha d\alpha}{\frac{\pi}{2}} = \frac{-(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0)}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}$$

2.2 Выразим  $\pi$  через  $p_{\text{теор}}$  и подставим  $p_{\text{эксп}}$ . Получим:

$$\pi = \frac{2}{p_{\text{эксп}}}$$

Подставляя значение для  $p_{\text{эксп}}$ , полученную в 1-ой части получаем, что  $\pi$  лежит в интервале [2,7; 3,7].

**«Задача Бюффона» (критерии оценивания)**

<b>Часть 1. Теоретическая часть</b>		<b>Баллы</b>
1.1 Прочерчены линии (макс 1 б)	По всей ширине листа	1
	Только в некоторой части листа	0
1.2 Бросание зубочистки (макс 6 б)	Меньше 200 раз	0
	От 200-250 раз	4
	Более 250 раз	6
1.3 Экспериментальная погрешность $p_{\text{эксп}}$ (макс 3 б)	Если $0.38 < p_{\text{эксп}} < 0.9$	1
	$0.44 < p_{\text{эксп}} < 0.84$	2
	$0.54 < p_{\text{эксп}} < 0.74$	3
	Иначе	0
<b>Часть 2. Экспериментальная часть</b>		
2.1 Теоретическая вероятность (макс 6 б)	Отношение площадей $p_{\text{теор}} = \frac{S_0}{S}$	4
	$S_0 = 1$	1
	$S = \frac{\pi}{2}$	1
2.2 Число $\pi$ (макс 4 б)	$2,7 < \pi < 3,7$	4
	$2,38 < \pi < 4,54$	3
	$2,22 < \pi < 5,26$	2
	Иначе	0

## Задача «затухающие колебания» (условие)

В этой задаче исследуются колебания теннисного шарика на нитке.

**Часть 1.** В данной части работы следует проводить измерения при постоянном начальном отклонении шарика  $40^\circ$ .

**1.1.** Нить рекомендуется взять такой длины, чтобы расстояние от точки подвеса до центра шарика было 60–70 см. Снимите зависимость времени  $\tau$ , за которое амплитуда колебаний уменьшается вдвое, от массы  $m$  шарика (не менее 7 точек).

**1.2.** Известно, что  $\tau(m) = km^\alpha$ , где  $k$ ,  $\alpha$  — постоянные коэффициенты. Найдите  $k$ ,  $\alpha$ .

**Часть 2.** В данной части работы следует проводить измерения при максимальной массе шарика. Амплитуда колебаний  $A$  — длина дуги окружности между равновесным положением шарика и максимальным отклонением шарика от положения равновесия.

**2.1.** Снимите зависимость амплитуды колебаний от времени  $t$  при угловом значении амплитуд в диапазоне от  $60^\circ$  до  $20^\circ$  (не менее 7 точек). Рассмотрим результаты двух теорий, описывающие зависимость  $A(t)$ :

**2.2.1.** Ламинарное обтекание шарика воздухом.  $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ , где  $A_0$  — начальная амплитуда колебаний,  $\delta = 3\pi\eta/m$ , где  $r$  — радиус шарика,  $m$  — масса шарика,  $\eta$  — вязкость воздуха. Известно, что  $\eta \in [0,5; 5] \cdot 10^{-5}$  Па·с. Проверьте применимость теории к вашим результатам.

**2.2.2.** Турбулентное обтекание шарика воздухом.  $A(t) = A_0 / (1 + \beta A_0 t)$ , где  $\beta = \pi r d^2 C_d / (3mT)$ ,  $\rho = 1,17$  кг/м<sup>3</sup> — плотность воздуха,  $d$  — диаметр шарика,  $T$  — период колебаний,  $C_d$  — некоторый коэффициент. Из теоретических соображений известно, что  $C_d \in [0,4; 4]$ . Проверьте применимость теории к вашим результатам. Сделайте оценки погрешности ваших результатов.

*Указание.* Период малых колебаний шарика на длинной нити примерно равен  $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ , где  $l$  — расстояние от точки подвеса до центра масс груза,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения на Земле. Во всех частях работы зависимостью периода колебаний от их амплитуды и массы шарика можно пренебречь.

**Оборудование:** Штатив, измерительная лента, нитка, бумажный транспортир, теннисный шарик известной массы 2,4 г, шприц, стакан с водой, миллиметровая бумага (для построения графиков).

### Задача «затухающие колебания» (вариант решения)

#### Часть 1.

Время в данной задаче нужно измерять по числу колебаний маятника. Можно заметить, что использование бифилярного подвеса значительно улучшает качество измерений, так как фиксирует плоскость колебаний маятника.

**1.1.** Добавляя в шарик определенные порции воды с помощью шприца, снимем зависимость  $\tau(m)$ . Данные приведены в таблице 1 для длины нити  $l \approx 67 \text{ см}$ . Погрешность измерения массы определяется ценой деления шприца и накапливается с увеличением массы. Погрешность же измерения времени постоянна и равна половине периода.

**Таблица 1.**

$\tau/T$	2	6	9	13	16	19	22	25	28	32	35
$m$	2,4	5,4	8,4	11,4	14,4	17,4	20,4	23,4	26,4	29,4	32,4

**1.2.** Построив график полученной зависимости (рис. 4), убеждаемся, что он линеен, и  $\alpha = 1$ . Из коэффициента наклона полученной прямой находим, что  $k = (1,77 \pm 0,03) \text{ с/г}$ .

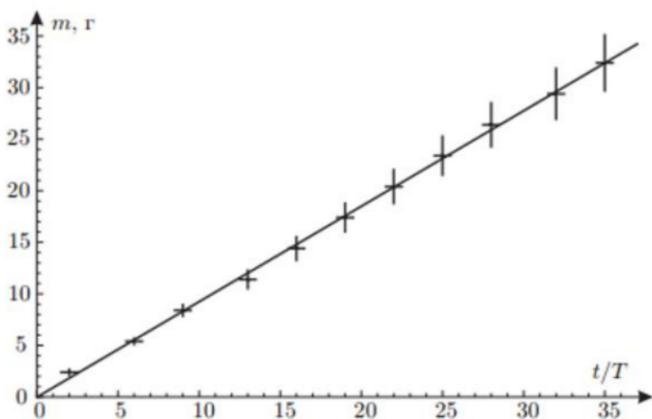


Рис. 4

## Часть 2.

2.1. Снимем зависимость угловой амплитуды  $\phi$  от времени.

Таблица 2.

$\tau/T$	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
$\phi, ^\circ$	60	51	43	38	34	32	29	27	25	24	22, 5	21

2.2.1. Линеаризуем заданную в этом пункте зависимость.

$\ln(A_0/A) = \delta t$ . Построим график зависимости  $\ln(A_0/A)$  от  $(t/T)$  (рис. 5).

Таблица 3.

$t/T$	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
$\ln(A_0/A)$	0,0	0,16	0,33	0,46	0,57	0,63	0,73	0,8	0,88	0,93

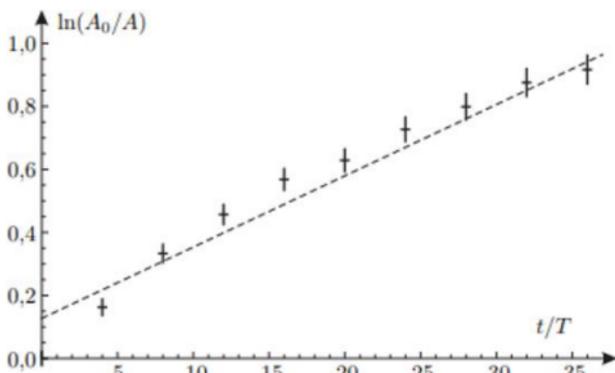


Рис. 5

Как мы видим, полученная зависимость не является линейной. Но, даже если мы примем ее за линейную, оценив из графика значение  $\eta \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{Па} \cdot \text{с}$ , мы обнаружим расхождение на два порядка с величиной, предложенной в условии. Следовательно, данная теория неприменима.

**2.2.2.** Линеаризуем заданную в данном пункте зависимость.  $A_0/A = 1 + \beta A_0 t$ . Построим график зависимости  $A_0/A$  от  $t/T$  (рис.6).

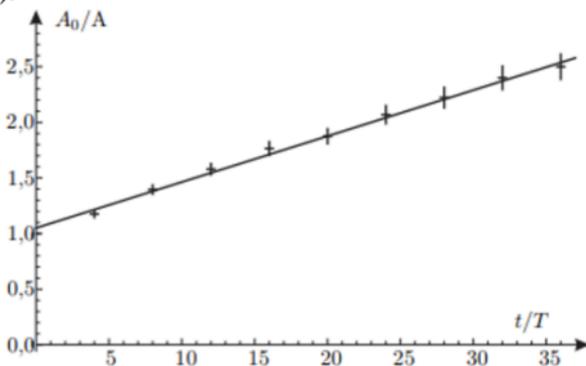


Рис. 6

Как мы видим, полученная зависимость линейна в пределах погрешности. Однако, для подтверждения теории необходимо проверить, что значение  $C_d$  лежит в заданном промежутке. Это значение мы можем вычислить из коэффициента наклона полученной прямой.  $C_d = (0,88 \pm 0,02)$ , что окончательно подтверждает применимость второй теории.

### Задача «затухающие колебания» (критерии оценивания)

Часть 1. Зависимость $m$ от $\frac{t}{T}$		Баллы
1.1 (макс 1 б)	Меньше 7 точек	0
	7 и более точек	1
1.2 График зависимости $m$ от $\frac{t}{T}$ (макс 6 б)	Оси оцифрованы и подписаны	1
	$0,9 < \alpha < 1,1$	3
	$0,8 < \alpha < 1,2$	2
	$\alpha$ иначе	0
	$1,67 < K < 1,87$	3
	$1,57 < K < 1,97$	2
	$K$ иначе	0
Часть 2. Зависимость амплитуды от $\frac{t}{T}$		
2.1 Зависимость $\varphi$ от $\frac{t}{T}$ (макс 1 б)	Меньше 7 точек	0
	7 и более точек	1
2.2.1 Ламинарное обтекание. График зависимости $\ln \frac{A_0}{A}$ от $\frac{t}{T}$ (макс 6 б)	Оси оцифрованы и подписаны	1
	$n_{\text{эксп}}$ сильно отличается от $n \in [0,5; 5] \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ Несостоятельность теории	4 1
2.2.2 Турбулентное обтекание. График зависимости $\frac{A_0}{A}$ от $\frac{t}{T}$ (макс 6 б)	Оси оцифрованы и подписаны	1
	$C_{d_{\text{эксп}}} \in [0,4; 4]$ Состоятельность теории	4 1

## Задача «математический маятник и ускорение свободного падения» (условие)

**Оборудование:** штатив с лапкой, секундомер, кусок пластилина, нить.

**Задание:** измерить ускорение свободного падения  $g$  и длину нити в начале  $L_0$ .

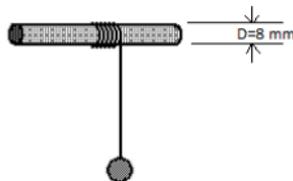


Рис. 7.

## Задача «математический маятник и ускорение свободного падения» (вариант решения)

Создание экспериментальной установки и проведение измерений и в этой задаче очевидны - небольшой кусок пластилина надо прикрепить к нити, которую можно подвесить к лапке штатива, отклонить от вертикали и с помощью секундомера измерить время нескольких колебаний. Формула для периода  $T$  малых колебаний математического маятника длины  $L$  хорошо известна

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

На первый взгляд, достаточно измерить длину маятника, период колебаний и затем из этой формулы выразить ускорение свободного падения. Однако для повышения точности измерений проведем исследование зависимости периода колебаний от длины нити. Для упрощения измерений длину нити можно изменять, наматывая ее на поддерживающий стержень. При этом длина

свободного участка нити после  $n$  оборотов вокруг стержня выражается формулой

$$L_n = L_0 - nS$$

где  $L_0$  – начальная длина нити,  $S$  – длина одного витка (понятно, что  $S$  равна периметру стержня и, если его сечение является окружностью, то  $S = \pi D$ , где  $D$  – диаметр). Таким образом, появляется возможность исследовать зависимость периода колебаний от целого числа оборотов, а ошибиться в по дсчете сделанных оборотов гораздо сложнее, чем в измерении набора длин нитей.

Используя выражение для длины нити, приведем зависимость периода колебаний от длины к линейному виду (для этого достаточно возвести ее в квадрат)

$$T^2 = \frac{4\pi^2 L_0}{g} - \frac{4\pi^2 S}{g} n$$

**Таблица результатов измерений:**

$n$	$t, c$	$T, c$	$T^2, c^2$
0	17,8	1,78	3,160
1	17,0	1,70	2,881
2	15,7	1,57	2,465
3	15,6	1,56	2,422
4	15,3	1,53	2,330
5	13,4	1,34	1,801
6	13,3	1,33	1,759
7	12,7	1,27	1,620
8	12,3	1,23	1,524
9	11,3	1,13	1,269
10	10,6	1,06	1,132

Построим график зависимости  $T^2$  от  $n$  (см. рис. 8)

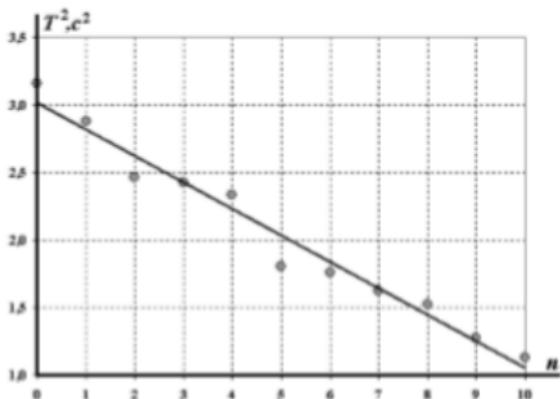


Рис. 8.

Как и ожидалось, зависимость квадрата периода от числа сделанных витков в пределах погрешности измерений близка к линейной. Коэффициент наклона, рассчитанный по МНК, оказывается равным

$$a = (-0,19 \pm 0,02)c^2$$

Для определения параметра  $S$ , было намотано 10 витков нити на стержень и затем измерена длина этого куска нити. В итоге получено значение

$$S = (4,90 \pm 0,05) \text{ см}$$

Расчет по этим данным значения ускорения свободного падения дает следующий результат

$$g = (10,21 \pm 0,11) \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

не очень точно, но близко к известному табличному значению.

Начальная длина нити легко находится по точке пересечения графика с осью  $T^2$ .

**Задача «математический маятник и ускорение свободного падения» (критерии оценивания)**

		<b>Баллы</b>
Описана методика уменьшения длины нити путем наматывания на лапку штатива или это показано на рисунке и т.п. (макс 3 б)		4
Зависимость T от L (макс 4 б)	Меньше 10 измерений	0
	От 10 до 15 измерений	2
	Более 16 измерений	4
График T(L) (макс 4 б)	Оси подписаны и оцифрованы	2
	Построена плавная линия	2
График T <sup>2</sup> (L) Линеаризация графика (макс 4 б)	Оси подписаны и оцифрованы	2
	Построена прямая линия	2
Найдена g из тангенса угла наклона (макс 2 б)	$8.8 < g < 10.8$	2
	$7.8 < g < 11.8$	1
	иначе	0
Найдена L <sub>0</sub> из точки пересечения графика с осью T <sup>2</sup> (макс 2 б)	$62 \text{ см} < L_0 < 68 \text{ см}$	2
	$59 \text{ см} < L_0 < 71 \text{ см}$	1
	иначе	0
Вычислены погрешности (макс 1б)	Погрешность g	0.5
	Погрешность L <sub>0</sub>	0.5

### Задача «неизвестная ЭДС»

В этой работе вам предстоит снимать зависимость частоты вращения  $\vartheta$  от ЭДС  $\varepsilon$ .

**Часть 1.** Соберите следующую схему и закрепите электродвигатель с помощью пластилина на стол.



Рис. 9.

Снимите зависимость частоты от ЭДС и постройте график  $\vartheta(\varepsilon)$ .

**Часть 2.** Определите, чему равна «неизвестная ЭДС»

**Оборудование:** электродвигатель, источник постоянного тока с регулируемой ЭДС, стробоскоп, ключ, реостат (в режиме резистора!), соединительные провода, кусок пластилина, источник с «неизвестной ЭДС», миллиметровая бумага (для графика).

### Задача «неизвестная ЭДС» (вариант решения)

**Часть 1.** Главная проблема задачи заключается в определении частоты с помощью стробоскопа. Детям обязательно необходимо проверить частоту уменьшая его в 2 раза до тех пор пока картина перестанет быть статичной потому, что при 2, 4, 6 и т.д. раза большей частоте мы так же получаем статичную картину.

**Часть 2.** С помощью стробоскопа измеряем частоту при «неизвестной ЭДС». С помощью графика, полученной в 1-ой части находим неизвестную ЭДС.

### Задача «неизвестная ЭДС» (критерии оценивания)

		Баллы
Зависимость частоты $V$ от ЭДС $E$ (макс 8 б)	От 0 до 5	0
	От 6 до 9 измерений	4
	От 10 до 15 измерений	6
	Более 16 измерений	8
График $V(E)$ (макс 4 б)	Оси подписаны и оцифрованы	2
	Построена плавная линия	2
Енеизв	более 30%	0
	От 25% до 30%	3
	От 20% до 25%	4
	От 15% до 20%	6
	От 10% до 15%	8

## Оглавление

«Задача Бюффона» (условие) .....	2
«Задача Бюффона» (вариант решения) .....	3
«Задача Бюффона» (критерии оценивания).....	5
Задача «затухающие колебания» (условие).....	6
Задача «затухающие колебания» (критерии оценивания) ....	11
Задача «математический маятник и ускорение свободного падения» (условие) .....	12
Задача «математический маятник и ускорение свободного падения» (вариант решения).....	12
Задача «математический маятник и ускорение свободного падения» (критерии оценивания) .....	15
Задача «неизвестная ЭДС».....	16
Задача «неизвестная ЭДС» (вариант решения) .....	16
Задача «неизвестная ЭДС» (критерии оценивания).....	17

