

**Республиканская политехническая олимпиада школьников.**  
**Республиканский этап.**  
**10 марта 2023 г.**  
**Решения.**

**Задача 1. (10 баллов)**

Длину подвеса можно оценить, сравнивая ее с ростом оказавшегося рядом астронавта. Период колебаний определяют с помощью часов. После этого, пользуясь формулой маятника

$$T = 2\pi\sqrt{l/g^*},$$

можно получить для ускорения свободного падения

$$g^* = \frac{4\pi^2 l}{T^2}.$$

**Задача 2. (10 баллов)**

Возможны, например, следующие два решения.

**А.** Установим ствол пистолета вертикально вверх, произведем выстрел и измерим ружейкой высоту  $h$ , на которую поднимется пуля. Из закона сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

легко получить следующее выражение для скорости пули:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

**Б.** Можно также установить пистолет горизонтально и измерить расстояние  $l$ , на которое улетит пуля. Если высота ствола над уровнем земли равна  $h$ , то пуля будет находиться в полете в течение времени

$$t = \sqrt{2h/g},$$

пролетев за это время по горизонтали расстояние  $l = vt$ .

Исключая из этих двух уравнений время  $t$ , получаем:

$$v = l\sqrt{g/2h}.$$

В этой задаче мы пренебрегаем влиянием сопротивления воздуха на характер движения, что допустимо ввиду малости скорости.

**Задача 3. (10 баллов)**

Кубик имеет «простую» геометрию, и силу Архимеда можно вычислить прямым расчетом разницы сил давления на верхнюю и нижнюю грани:

$$F = \rho g 3h(4h^2 - h^2) = 5\rho g h^3 = 5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 50 \text{ (Н)},$$

здесь  $h$  – длина ребра маленького кубика.

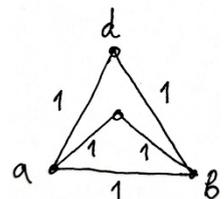
Силу Архимеда можно найти и методом поправки ее «блокированной» части

$$F = \rho 8h^3 g - \rho g 3h \cdot h^2 = 5\rho g h^3.$$

Здесь из полной силы Архимеда вычтена несуществующая часть силы давления на нижнюю грань.

**Задача 4. (10 баллов)**

Относительно точек  $a - b$  точки  $c$  и  $d$  расположены симметрично. Если к точкам  $a - b$  подключить источник, то потенциалы точек  $c$  и  $d$  будут равны и по сопротивлению (ребру)  $c - d$  ток не «пойдет». Это сопротивление можно удалить. Схема упрощается, и сопротивление между точками  $a - b$  легко определяется. Ответ:  $R_{ab} = 0,5 \text{ Ом}$ .



**Задача 5. (10 баллов)**

Прибавление слоя тепловой изоляции удвоило площадь поверхности, с которой происходит теплоизлучение, и при не очень малой теплопроводности материала, из которого изготовлен изолирующий слой, потери действительно могут возрасти.

**Задача 6. (10 баллов)**

Лед сначала нагревается до температуры плавления  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ , затем плавится при постоянной температуре, после чего нагревается (в виде воды) до температуры теплового равновесия. Полученную в этих процессах теплоту надо приравнять к теплоте, которую отдает вода при охлаждении

$$c_{\text{л}}m_{\text{л}}(t_0 - t_{\text{л}}) + \lambda m_{\text{л}} + c_{\text{в}}m_{\text{л}}(t^* - t_0) = c_{\text{в}}m_{\text{в}}(t_{\text{в}} - t^*).$$

Полная ванна воды получится при условии

$$m_{\text{л}} + m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}}V,$$

где  $V$  – объем ванны. Решая полученную систему, получаем

$$m_{\text{л}} = \frac{c_{\text{в}}(t_{\text{в}} - t^*)}{c_{\text{л}}(t_0 - t_{\text{л}}) + \lambda + c_{\text{в}}(t_{\text{в}} - t_0)} \rho_{\text{в}}V = 25 \text{ кг}.$$

**Задача 7. (10 баллов)**

В момент отрыва тела на высоте  $h=R(1+\cos\theta)$  сила нормальной реакции обращается в ноль. Запишем 2-ой закон Ньютона в проекции на радиус в точке отрыва

$$mg \cdot \cos\theta = m \frac{v^2}{R}.$$

Приравниваем энергию в момент отрыва к энергии в начальный момент

$$mgH = mgh + \frac{mv^2}{2}.$$

Решая полученные уравнения находим  $h = 5\text{м}$ .

**Задача 8. (10 баллов)**

Сопrotивление  $R$  отрезка проволоки, равного по длине высоте комнаты можно определить по закону Ома, собрав цепь, в которой источником тока является аккумулятор, а внешним участком (нагрузкой) – упомянутый отрезок. Если амперметр, включенный последовательно с ним, показывает ток силой  $I$ , а соединенный параллельно вольтметр регистрирует разность потенциалов  $U$ , то

$$R = \frac{U}{I} = \rho \frac{l}{S},$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения проводника, а  $\rho$  – удельное сопротивление меди.

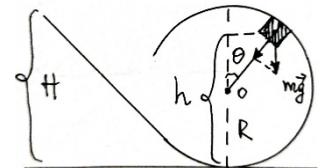
С другой стороны, массу  $m$  этого отрезка, определенную взвешиванием на весах, можно выразить через его длину  $l$ , площадь сечения  $S$  и плотность меди  $D$  следующим образом:

$$m = D l S.$$

Перемножая равенства, получаем:

$$\frac{mU}{I} = \rho D l^2, \text{ откуда } l = \sqrt{mU/\rho D I}.$$

Величину  $I$ ,  $U$  и  $m$  измеряются на опыте, а значения  $\rho$  и  $D$  берутся из справочника. Таким же образом определяются длина и ширина комнаты, а затем находится ее объем.



**Задача 9. (10 баллов)**

Возьмем из первого мешка 1 монету, из второго – 2, из третьего – 3, ..., из последнего – 10 монет. Всего будет  $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 45$  монет. Взвесим их. Если бы все они были настоящие, они весили бы  $(45 \times 20) = 900$  г, но в нашем случае будет весить меньше. Если фальшивая монета одна – будет не хватать 5 г, если две – 10 г, ... если десять фальшивых монет – будет не хватать 50 г.

Таким образом, зная, сколько не хватает до 900 г, мы сразу определим число фальшивых монет. А число фальшивых монет в свою очередь покажет нам номер мешка, в котором они лежат.

**Задача 10. (10 баллов)**

Стандартное неверное решение: «Каждый из шести чемоданов пытаемся открыть каждым из шести ключей, всего попыток  $6 \times 6 = 36$ ». Можно найти соответствие между ключами и чемоданами за меньшее число попыток.

Берем первый ключ и по очереди пытаемся открыть им чемоданы. Если один из чемоданов открылся – прекрасно, оставляем в сторону этот чемодан с этим ключом. Если же среди первых 5-ти чемоданов ни один не открылся, то значит этот ключ непременно соответствует шестому чемодану. Что произошло? Мы использовали не более пяти попыток; у нас осталось 5 ключей и 5 чемоданов.

Снова берем с один ключ и открываем все оставшиеся чемоданы подряд. Для того чтобы определить, какому чемодану соответствует это ключ, нужно четыре попытки. Берем следующий ключ т т.д. Всего понадобится  $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$  попыток. А если бы чемоданов было 10, число попыток было бы  $9 + 8 + \dots + 2 + 1 = 45$ .