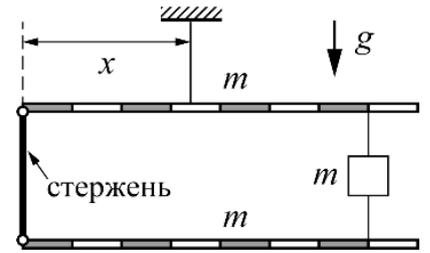


**Задача 2.8.1. Натяжение (10 баллов).** Два одинаковых однородных рычага массой  $m = 7$  кг и длиной 80 см каждый, шарнирно соединены с помощью легкого стержня и нитей, между которыми подвешен груз с такой же массой  $m$ . Определите, на каком расстоянии  $x$  от левого края верхнего стержня находится точка крепления нити, удерживающей систему в равновесии; чему равны силы натяжения всех трех нитей и сила, действующая со стороны шарнира на верхний стержень. Для удобства, на рисунке стержни размечены на 8 равных частей. Точка крепления самой верхней нити к рычагу изображена условно.  $g = 10$  Н/кг.



**Возможное решение (М. Замятнин).** Расставим сначала только внешние силы, действующие на всю систему, как единое целое.

Так как эти силы уравнивают друг друга, то  $T_1 = 3mg = 210$  Н.

Приняв длину всего рычага за  $8l$ , запишем правило моментов относительно левого края системы:  $2 \cdot mg4l + mg7l = 3mgx$ , откуда  $x = 5l = 50$  см.

Теперь рассмотрим силы, действующие только на нижний рычаг.

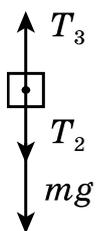
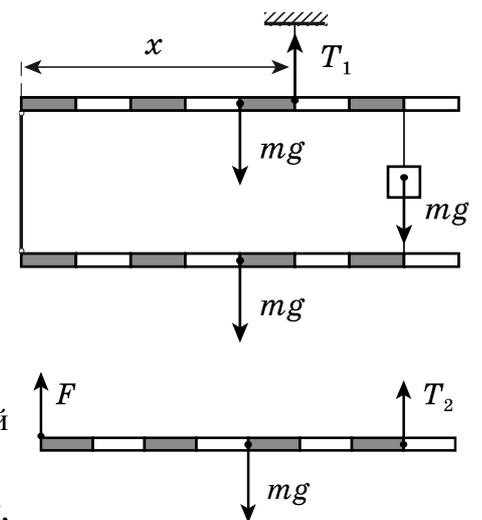
Записав правило моментов относительно левого края, получим:

$$T_2 7l = mg4l, \text{ откуда } T_2 = 4mg/7 = 40 \text{ Н.}$$

Так как все силы, действующие на рычаг, компенсируют друг друга  $F = 3mg/7 = 30$  Н. Но стержень легкий и такая же сила  $F$  действует со стороны этого стержня на верхний рычаг.

Сила натяжения верхней нити, удерживающей груз  $m$  теперь может быть найдена из условия равновесия этого груза:  $T_3 = mg + T_2$ . Тогда  $T_3 = 11mg/7 = 110$  Н.

Такой же результат можно получить, записав правило моментов для верхнего рычага.



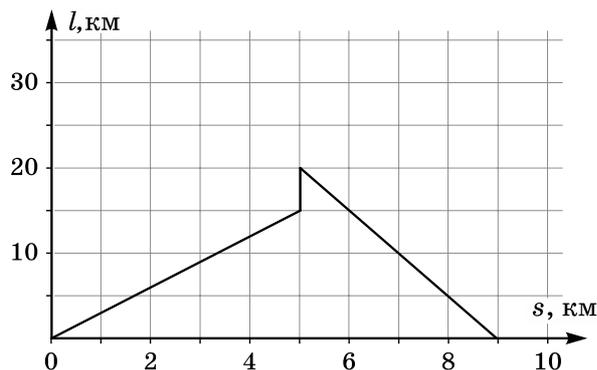
№	Задача 2.8.1. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Записано условие равновесия всей системы	1
2	Найдена сила натяжения верхней нити $T_1$	1
3	Записано правило моментов для всей системы (или для верхнего рычага), позволяющее найти точку крепления верхней нити	1
4	Найдено значение расстояния $x$	1
5	Записано правило моментов для нижнего рычага	1
6	Найдено значение силы $T_2$	1
7	Записано уравнение для нахождения силы $F$	1
8	Найдено значение силы $F$	1
9	Записано условие равновесия груза, или иное уравнение, позволяющее найти $T_3$	1
10	Найдено значение силы $T_3$	1

**Задача 2.8.2. Дорога доканала (10 баллов).**

Ярик и Прохор после кружка по физике отправились на прогулку вдоль берега длинного прямого канала. Ярик пошел пешком, а Прохор поехал на велосипеде. График зависимости расстояния  $l$  между ними от перемещения  $s$  Ярика приведен на рисунке.

Сначала мальчики двигались с постоянными скоростями, но устал, Ярик сделал привал, в конце которого позвонил

Прохору и попросил его подъехать к нему, после чего продолжил движение с прежней скоростью в прежнем направлении. Прохор развернулся, и увеличив скорость более чем в два раза, направился к другу. В результате ребята встретились через 1 ч 55 мин после того как расстались. Определите:



- какой путь проехал Прохор с начала прогулки до встречи с Яриком;
- во сколько раз увеличил скорость Прохор после разворота;
- сколько времени Ярик отдыхал на привале;
- чему равна скорость Ярика;
- обоснуйте однозначность своих ответов.

**Возможное решение (М. Замятнин).** Предположим ребята начали движение в одну сторону. Ярик сделал привал через 5 км, так как до этого момента удаление Прохора увеличивалось пропорционально пройденному Яриком расстоянию, что соответствует движению с постоянными скоростями. К этому времени Прохор удалился от Ярика на 15 км, а от места старта на 20 км. Следовательно, скорость Прохора в 4 раза больше скорости Ярика.

Пока Ярик отдыхал, Прохор проехал еще 5 км, после чего по звонку друга развернулся и поехал назад. Ярик успел пройти вперед еще 4 км, а Прохор проехал в этом случае 16 км. А значит он продолжил движение с прежней скоростью (в 4 раза большей чем у Ярика). Но это противоречит условию! Там сказано, что его скорость увеличилась **более чем в 2 раза**.

Рассмотрим вариант, в котором изначально мальчики начали движение в разные стороны. Пройдя 5 км, Ярик удалился от Прохора на 15 км (Прохор проехал 10 км со скоростью в два раза большей чем у Ярика).

Пусть на эту часть прогулки ребятам потребовалось время  $\tau$ . После привала Ярика Прохор проехал еще 5 км и потратил на это время  $\tau/2$ .

После звонка, чтобы догнать Ярика, Прохору пришлось проехать все расстояние до места старта (15 км) и еще 9 км, т.е. всего 24 км. Ярик же с прежней скоростью прошел 4 км, потратив  $4\tau/5$ . Следовательно, скорость Прохора вместо прежней 10 км за  $\tau$  составила 24 км за  $4\tau/5$ . Что втрое больше начальной. Это не противоречит условию!

Путь, пройденный Прохором, оказался равен  $(15 + 24)$  км = 39 км.

Общее время от начала прогулки до встречи равно  $\tau + \tau/2 + 4\tau/5 = 23\tau/10$ , что по условию равно 115 мин, откуда  $\tau = 50$  мин, а время привала 25 мин.

За 50 мин на первом участке Ярик прошел 5 км, следовательно, его скорость равна 6 км/ч.

**Ответ.** Прохор проехал 39 км, увеличив после разворота скорость в 3 раза. Ярик шел со скоростью 6 км/ч, а отдыхал 25 мин. Вариант начального движения в одну сторону приводит к противоречию с условием.

№	Задача 2.8.2. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Показана невозможность начального движения в одну сторону	2
2	Найден путь Прохора на каждом из участков (по 1 баллу)	3
3	Найдено отношение скоростей Прохора	2
4	Найдена скорость Ярика	1
5	Найдено время привала	2

Решение задачи **только** по сценарию начального движения в одну сторону, если сделан вывод о противоречии условию задачи, должно оцениваться не более чем в 2 балла!

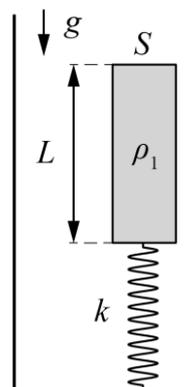
Если этот вывод не сделан, то за решение ставится 0 баллов!

**Задача 2.8.3. Груз на пружинке (10 баллов).** Груз плотности  $\rho_1 = 0,80 \text{ г/см}^3$  прикреплен к пружине с коэффициентом жесткости  $k = 50 \text{ Н/м}$ , нижний конец которой соединён с дном сосуда. Длина пружины в недеформированном состоянии  $L_0 = 10 \text{ см}$ , высота груза  $L = 12,5 \text{ см}$ , площадь поперечного сечения груза  $S = 10 \text{ см}^2$ .

В сосуд начинают медленно наливать воду.

Найдите зависимость деформации  $\Delta x$  пружины от уровня  $h$  воды в сосуде. Плотность воды  $\rho = 1,00 \text{ г/см}^3$ ,  $g = 10 \text{ Н/кг}$ .

Укажите, при каких значениях  $h$  пружина растянута. Постройте график зависимости  $\Delta x$  от  $h$ , считая, что если пружина сжата то  $\Delta x < 0$ .



**Возможное решение (О. Инишева).** Масса груза  $m = \rho_1 SL = 0,1 \text{ кг}$ . Определим начальную деформацию  $\Delta x_0$  пружины (сосуд без воды).

$$k\Delta x_0 = mg; \quad \Delta x_0 = \frac{mg}{k} = 0,02 \text{ м} = 2 \text{ см}.$$

Этому соответствует длина пружины  $L_1 = L_0 - \Delta x_0 = 8 \text{ см}$ .

Когда в сосуд начнут наливать воду, сжатие пружины не изменится до тех пор, пока уровень воды  $h_1$  не достигнет значения  $L_1 = 8 \text{ см}$ .

Пусть теперь уровень жидкости  $h > h_1 = 8,0 \text{ см}$ . Пружина по-прежнему сжата, а сила упругости  $F_{\text{упр}}$  направлена вверх. Кроме того, на тело действует сила Архимеда. С увеличением уровня, будет увеличиваться и сила Архимеда, а деформация пружины уменьшаться. Запишем условие равновесия тела:

$$mg = F_{\text{упр}} + F_{\text{Арх}}. \quad (1)$$

Сила Архимеда

$$F_{\text{Арх}} = \rho g S y = \rho g S (h - (L_0 - \Delta x)). \quad (2)$$

Сила упругости

$$F_{\text{упр}} = k\Delta x. \quad (3)$$

С учетом уравнений (1), (2), (3) получаем выражение для нахождения величины деформации пружины

$$mg = k\Delta x + \rho g S (h - (L_0 - \Delta x)).$$

Определим деформацию  $\Delta x$ :

$$\Delta x = \frac{mg + \rho g S (L_0 - h)}{k + \rho g S}.$$

Числитель обращается в ноль при  $h_0 = 0,2 \text{ м}$ .

Длина пружины в этом случае равна  $L_0 = 10 \text{ см}$ , следовательно, в жидкости находится часть груза высотой  $h_0 - L_0 = 10 \text{ см}$ .

Рассмотрим случай  $h > h_0$ . Теперь сила упругости направлена вниз, пружина будет растянута, условие равновесия примет вид:

$$mg + F_{\text{упр}} = F_{\text{Арх}}.$$

С учётом выражений для  $F_{\text{Арх}}$  и  $F_{\text{упр}}$  получим

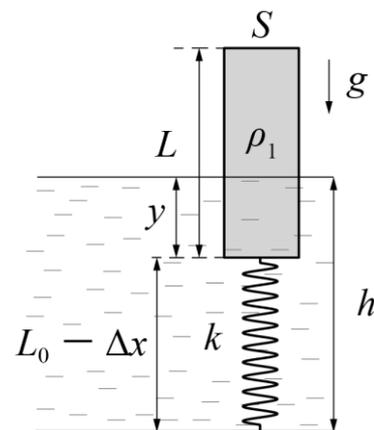
$$\Delta x = \frac{\rho g S h - \rho g S L_0 - mg}{k + \rho g S}. \quad (4)$$

Определим минимальную высоту уровня жидкости  $h_2$ , при которой тело окажется полностью погружённым в жидкость.  $h_2 = L + L_0 + \Delta x. \quad (5)$

Решая систему уравнений (4) и (5), получим

$$h_2 = 23 \text{ см}.$$

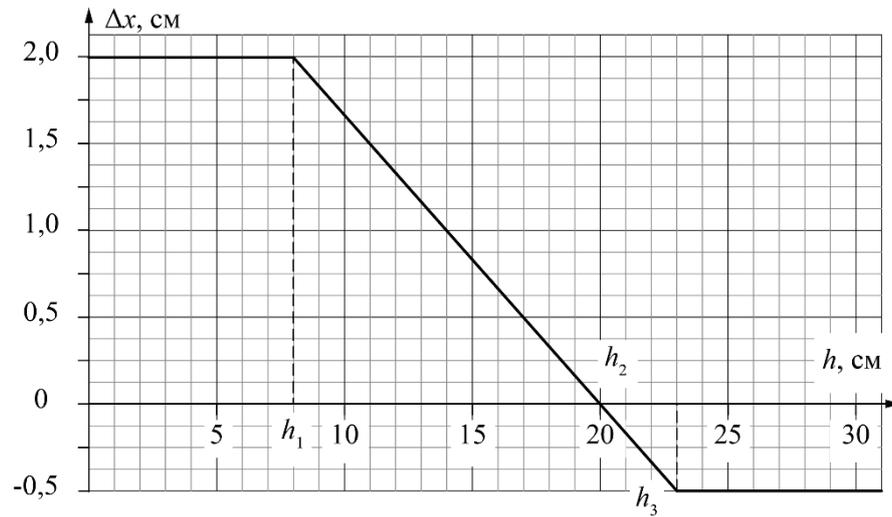
Соответствующая этому уровню жидкости деформация пружины



$$\Delta x_2 = 0,5 \text{ см.}$$

При  $h > h_2$  тело окажется полностью погруженным в жидкость и сила Архимеда изменяться не будет, как и деформация пружины.

График зависимости деформации пружины от высоты уровня жидкости приведен на рисунке.



№	Задача 2.8.3. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Определена начальная деформация пружины (2 см)	1
2	Определен уровень $h_1 = 8$ см. При $h < h_1$ пружина сжата, величина деформации не изменяется	1
3	Описан случай $8 \text{ см} < h < 20 \text{ см}$ , пружина сжата, величина деформации уменьшается	2
4	Найдено $h_0 = 20$ см, отмечено, что пружина не деформирована	1
5	Рассмотрен случай $20 \text{ см} < h < 23 \text{ см}$ , пружина растянута, величина деформации увеличивается	2
6	Рассмотрен случай $h > 23$ см, величина деформации не изменяется и равна 0,5 см, пружина растянута	1
7	Построен график	2
	Подписаны оси и указаны единицы измерения	(0,5 балла)
	Выбран разумный масштаб осей	(0,5 балла)
	Указаны характерные точки	(0,5 балла)
	Через экспериментальные точки проведена линия графика	(0,5 балла)

**Задача 2.8.4. Глюк отлил (20 баллов).** Однажды экспериментатор Глюк решил отлить оловянного солдата. Для этого он положил в ковшик кусок оловянного сплава массой  $m = 150$  г и поместил его на плитку постоянной мощности. Как только началось плавление металла, Глюк стал снимать зависимость его температуры  $t$  от времени  $\tau$  (см. таблицу). Вскоре после перехода всего сплава в жидкую фазу экспериментатор выключил плитку.

По результатам измерений определите:

1. удельную теплоемкость  $c$  сплава;
2. мощность  $P$  плитки;
3. через какое время  $T$ , прошедшее после выключения плитки, сплав затвердел (полностью кристаллизовался).

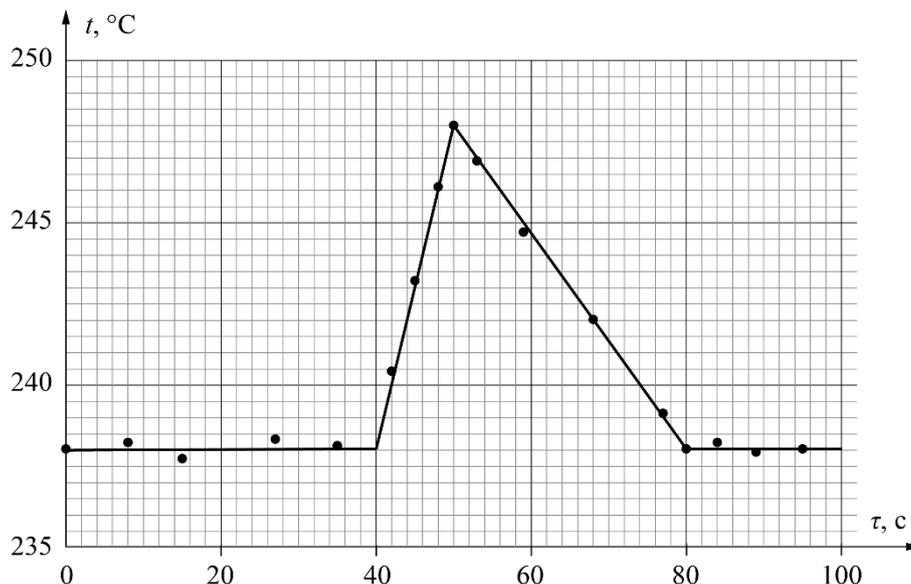
Теплоемкостью ковшика и плитки можно пренебречь. Известно, что удельная теплота плавления сплава равна  $\lambda = 20$  кДж/кг.

$t, ^\circ\text{C}$	238,0	238,2	237,7	238,3	238,1	240,4	243,2	246,1	248,0
$\tau, \text{c}$	0	8	15	27	35	42	45	48	50

$t, ^\circ\text{C}$	246,9	244,7	242,0	239,1	238,0	238,2	237,8	238,0
$\tau, \text{c}$	53	59	68	77	80	84	89	95

**Возможное решение (А. Вергунов).**

1. Построим график зависимости
- $t(\tau)$



2. Из графика следует, что после 50 с плитка была выключена и затем система остывала в результате теплопередачи. Будем считать, что мощность теплопотерь
- $P_x$
- постоянна на протяжении всего эксперимента.

3. Для интервала времени  $[0;40]$  с:  $\lambda m = (P - P_x)\tau_1$ . (1)

Для интервала времени  $[40;50]$  с:  $cm(t_2 - t_1) = (P - P_x)\tau_2$ , (2)

где  $t_2 = 248^{\circ}\text{C}$ ,  $t_1 = 238^{\circ}\text{C}$ ,  $\tau_2 = 10$  с,  $\tau_1 = 40$  с.

Для интервала времени  $[50; 80]$  с получим:  $cm|t_1 - t_2| = P_x\tau_3$ , (3)

где  $\tau_3 = 30$  с.

4. Для нахождения удельной теплоемкости разделим уравнение (2) на (1):

$$c = \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{\lambda}{(t_2 - t_1)} = 500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}.$$

5. Подставим удельную теплоемкость в уравнение (3) и найдем
- $P_x$
- :

$$P_x = \frac{\lambda m \tau_2}{\tau_1 \tau_3} = 25 \text{ Вт}.$$

6. Для нахождения
- $P$
- подставим
- $P_x$
- в уравнение (1):

$$P = \frac{\lambda m (\tau_3 + \tau_2)}{\tau_1 \tau_3} = 100 \text{ Вт}.$$

Время кристаллизации найдём из уравнения

$$\lambda m = P_x (T - \tau_3). \quad (4)$$

$$T = \frac{\lambda m}{P_x} + \tau_3 = 150 \text{ с}. \quad (5)$$

№	Задача 2.8.4. Критерии оценивания (20 баллов)	Баллы
1	Построен график зависимости $t(\tau)$	4
	Указаны единицы измерения на осях (1 балл)	
	Правильно выбран масштаб на осях (1 балл)	
	Правильно нанесены экспериментальные точки (1 балл)	
	По экспериментальным точкам проведены правильные прямые (1 балл)	
2	Проведен анализ графика и сделан вывод о наличии тепловых потерь	3
3	Составлены уравнения (1) - (4) или аналогичные	4
4	Найдено значение удельной теплоемкости сплава (узкие «ворота»: $\pm 5\%$ )	3
	широкие «ворота»: $\pm 10\%$ (1 балл)	
5	Найдено значение мощности $P$ плитки (узкие «ворота»: $\pm 5\%$ )	3
	широкие «ворота»: $\pm 10\%$ (1 балл)	
6	Найдено время (5) кристаллизации сплава (узкие «ворота»: $\pm 5\%$ )	3
	широкие «ворота»: $\pm 10\%$ (1 балл)	
	если ученик забыл вычесть время $\tau_3$ – ставим 0 баллов	